

De "Nene el triángulo no se toca" ahora "tres problemas en busca de una solución"

Osos, relojes y helicópteros, parecen ocupar mucho espacio, sin embargo todo entra en un problema de matemática.



Tres problemas aparecen frecuentemente en libros de entretenimiento, de divulgación y ahora en las redes sociales donde se presentan como desafíos. Aparentemente no tienen mucho que ver, sin embargo, tienen mucho en común y son de suma importancia desde el punto de vista metacognitivo, porque dejan al desnudo una de las mayores dificultades con la que nos encontramos en la actividad matemática.

Ellos rezan lo siguiente:



Problema 1: ¿Cuánto mide el menor ángulo que forman las agujas del reloj a las 15 hs? Y a las 15:30?

Antes de apresurarse a responder, le sugiero haga un pequeño croquis para cada situación y luego aventure su respuesta.

Problema 2: *Un Helicóptero sale de su base ubicada en la ciudad de Bahía Blanca, recorriendo 1000 km hacia el sur, 1000 km hacia el oeste, 1000 km hacia el norte y, finalmente, 1000 km hacia el este, lugar en el que termina su recorrido.*

¿En dónde terminó su recorrido el helicóptero?



Como le sugerimos en el problema anterior, antes de responder realice un croquis con el recorrido del helicóptero. Ahora si, puede responder..

Antes de analizar sus respuestas, pasemos al tercer problema problema.

Problema 3: *Un Helicóptero parte de su base recorriendo 1000 km hacia el sur, 1000 km hacia el oeste y, finalmente, 1000 km hacia el norte, finalizando su recorrido en el mismo punto de donde partió.*

A esta altura Ud. se imaginará la pregunta y me arriesgo a decir que se inclinará por *¿Dónde está ubicada la base de la que partió y arribó?*. Sin embargo el problema sigue y esa **NO** es la cuestión que plantea el enunciado.

Veamos como es el mismo completo y luego intente hacer lo mismo que en el problema anterior: primero elabore un croquis del recorrido y luego ensaye una respuesta.

Problema 3 : *Un Helicóptero parte de su base recorriendo 1000 km hacia el sur, 1000 km hacia el oeste y, finalmente, 1000 km hacia el norte, finalizando su recorrido en el mismo punto de donde partió. Al aterrizar, el piloto vio un oso. ¿De qué color era el oso?*

Veamos qué responden a esto!!!

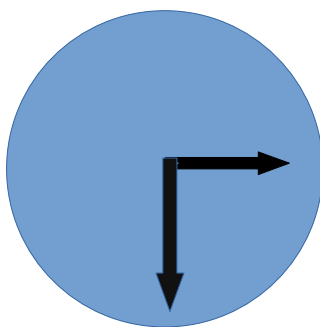
Todo problema tiene respuesta... aunque no tenga solución...

Abordemos el problema 1 que tiene dos preguntas.

Si ud, para responder cuál es el menor ángulo que forman las agujas del reloj a las 15 hs, hizo algo parecido a esto y contestó 90° , puede celebrar porque está en lo cierto!



Ahora bien, si contestó que a las 15:30 el menor ángulo que forman las agujas del reloj también es de 90° , e hizo un gráfico así:

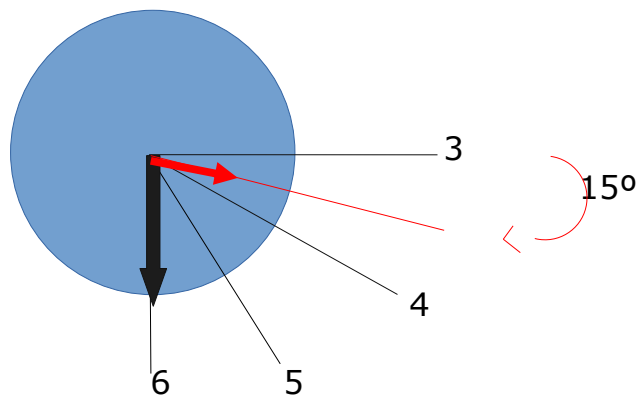


pues mande arreglar su reloj o evalúe si las agujas de su representación coinciden realmente con las manecillas de un reloj real.

Aquí se nos cuele la proporcionalidad...

Cuando la aguja minuterá (la grande) da toda una vuelta, es decir recorre un ángulo de 360° , la pequeña (la horaria) pasa de una hora a la siguiente. Como son 12 las horas, podemos deducir que la pequeña recorre la 12ava parte de un giro luego de 60 minutos, es decir, hace un barrido de 30° .

Así a las 15hs la aguja grande está en las 12 y la pequeña en el 3 y a la media hora, la grande está en el 6 y la pequeña está justo en mitad del 3 y el 4, por lo que podemos afirmar que esta última recorrió la mitad de 30° o sea avanzó 15° . **Luego, el menor ángulo que forman las agujas del reloj a las 15:30 es de 75° ($90^\circ - 15^\circ$).**



Veamos ahora los problemas restantes...

Colón y los terraplanistas.

Hace ya muchos años cursaba mi tercer grado de primaria y, como todos los años, en octubre se cubrían las aulas con afiches y láminas sobre los viajes de Colón a América.

Recuerdo que la maestra nos contó una historia que nos hizo luego ilustrar en el cuaderno; se trataba de marineros temerosos que crían que la Tierra era plana, sostenida por elefantes que se paraban sobre una tortuga gigante y un niño que miraba los barcos desaparecer en el horizonte...



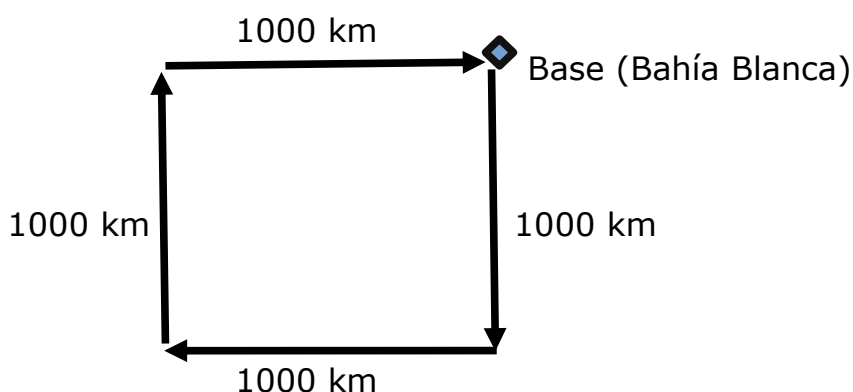
Mundo disco

Nunca entendí cómo esta idea que proviene de un error grosero originado aparentemente en el siglo XIX pudiera sobrevivir en las aulas de los años 70.

Años más tarde me encontré con El Mundodisco, un mundo imaginario que sirve de escenario a la saga homónima de novelas escritas por Terry Pratchett en la que reflota la idea de la tortuga navegando el espacio llevando sobre si a cuatro elefantes y sobre ellos el disco terráqueo. Pero esto es pura ciencia ficción. Lo que si me iba a sorprender y mucho fue que nuevamente tomaran relevancia los movimientos terraplanistas ya entrado el siglo XXI, que lejos del mito, sostienen una vieja teoría simplemente como una forma conspirativa de oponerse al stablishmen científico, y, aunque esto da para otro posteo, me animo a preguntarle y le pido sea muy sincera su respuesta: ¿Ud. qué opina? ¿Cree que la tierra es plana?

Un helicóptero en Mundodisco

En el problema 2 un helicóptero parte de su base en Bahía Blanca y navega siguiendo un recorrido que podemos simplificar en el siguiente croquis del que se deduciría que termina el viaje en exactamente el mismo lugar de donde partió:



Pues si esperaba que esta respuesta fuera errónea, entonces está en lo cierto, porque el helicóptero no termina en la misma base de la que partió.

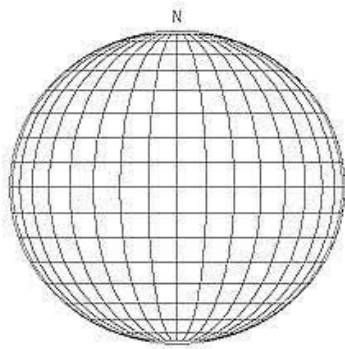
Pero si recorre los lados de un cuadrado, saliendo de una esquina, entonces debería terminar en la misma esquina de la que partió!! bueno, no grite ni se exaspere... está seguro/a que recorre el perímetro de un cuadrado?

En este punto volvamos a las historias de elefantes, tortugas y tierra plana... ¿es ud. terraplanista o acaso vive en el mundo de Terry Pratchett?

Antes de seguir necesitamos ponernos de acuerdo en qué quiere decir "ir hacia el norte o hacia el sur" y qué quiere decir ir "al este o al oeste".

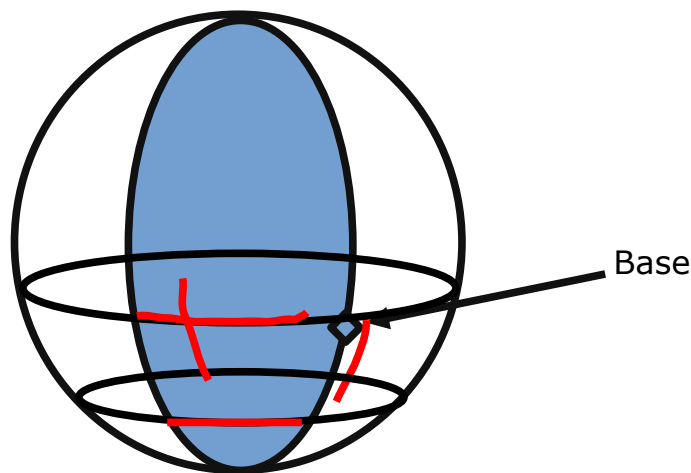
Recurriendo a nuestros básicos conocimientos de geografía, podemos decir que ir hacia el norte o hacia el sur es seguir el meridiano del lugar y movernos hacia el este o hacia el oeste es seguir el paralelo del lugar.

Si volvemos al croquis veremos los paralelos y los meridianos como lados de un cuadrado pero eso sólo pasa en algunos planisferios y no nos olvidemos que son representaciones de un cuerpo casi esférico como es La Tierra.



Queda claro viendo la esfera que los paralelos son tales pero no así los meridianos que se van acercando hasta juntarse en los polos.

Ahora veamos sobre esta nueva representación qué sucede con nuestro helicóptero:



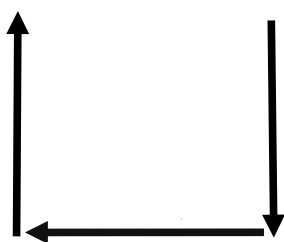
Al recorrer 1000km hacia el sur, los meridianos se acercan, luego se mueve hacia el oeste 1000 km y cuando se dirige al norte, los meridianos se alejan.

Finalmente cuando recorre 1000km hacia el este, termina en la misma latitud de la base, pero no llega a la misma sino que queda al oeste del lugar de partida.

Y se va el tercero, se va el tercero... (no te hagas el oso)!

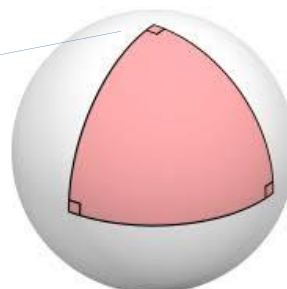
Ahora que resolvimos el problema anterior seguramente no tardará en encontrar la solución del último problema. ¿Cómo puede ser que haciendo 1000 km hacia el sur, 1000 km al oeste y 1000 al norte, llegara exactamente al mismo punto de donde salió? Pues bien si vamos a la representación plana, el problema no tendría solución, pero si vamos a la esfera, parece ser que asoma el polo norte como la respuesta acertada y allí los osos son blancos!!

Representación plana



Representación esférica

Polo norte
(Salida y llegada)



Esto parece llegar a su fin, tenemos las respuestas de los tres problemas propuestos... pero todavía nos queda por develar por qué en el último problema pregunta por el color del oso cuando podría ser mas directa la pregunta y simplemente indagar dónde estaba la base.

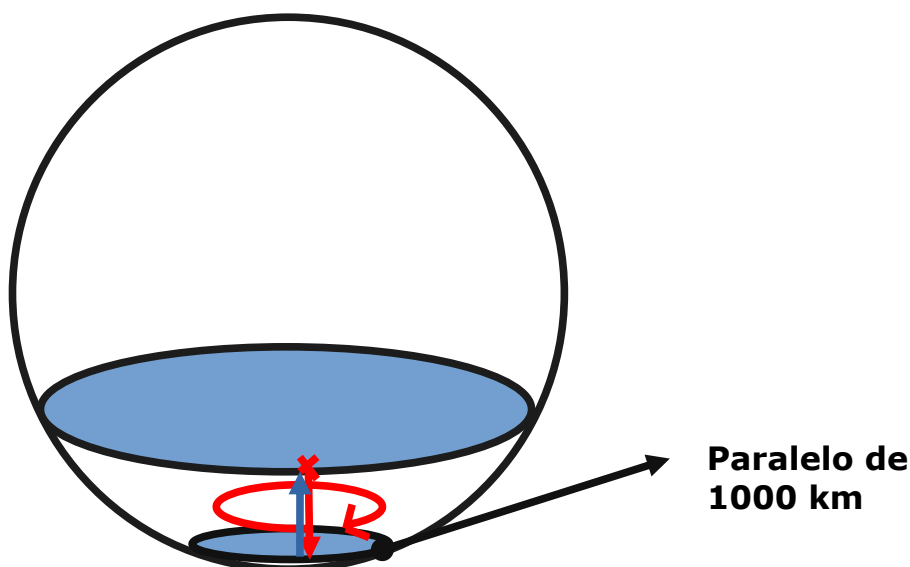
¿Será que nos querían dar una pista? ¿Sería el inventor del problema un amante de los animales? ¿Querrían despistar con la pregunta?

Supongo que encontrar al autor real sería imposible, y si no lo fuera no creo que estuviera hoy vivo para darnos certeza de la cosa; así que vamos a elaborar una simple conjetura.

Busquemos un paralelo que mida exactamente 1000 km. Lo encontramos en el hemisferio sur, sobre la Antártida. Ahora bien, ubiquemos en un punto cualquiera del paralelo que está ubicado 1000 km al norte de este. Ahora repliquemos el recorrido: Hacemos 1000 km al sur, luego 1000 km al oeste (acá damos toda una vuelta al globo terráqueo alcanzando el mismo meridiano del que partimos) y, finalmente al hacer 1000 km al norte, llegamos al mismo punto de partida!!

Quiere decir que ahora tenemos infinitas soluciones más para el problema 3.

Los infinitos puntos del paralelo que está 1000 km al norte del paralelo que mide 1000km!!



¿De qué manera podemos descartar las infinitas soluciones que aparecen en el hemisferio sur y quedarnos entonces con el polo norte como la única posible?

Es una buena oportunidad para recordar que sólo en el hemisferio norte hay osos polares (y estos son blancos). Luego, al afirmar que al aterrizar el piloto vio un oso, y preguntar de qué color era ese oso, lo que hace el problema es hacer una restricción, achica el dominio de búsqueda del conjunto solución para que éste conste de una sola opción: el polo norte.

Y al fin... Vivimos en un mundo 3d pero pensamos como si viviéramos en Flatland.

Al comienzo nos planteamos ver uno de los principales obstáculos en la actividad matemática y en definitiva es lo que aparece como nexo entre estos tres problemas que hemos analizado: "la representación". La escuela nos encierra en un mundo plano, en una hoja de papel, y cuando se trata de razonar sobre objetos 3d, nos perdemos en divagues que no nos conducen a nada, siempre intentando en vano, hacerlo desde un mundo 2d. (Por el bien mental de todos ni menciono objetos de 4 dimensiones o más)!!

El fantasma de Platón sobrevuela estas páginas y recobra valor aquel título "Nene, el triángulo no se toca". Los objetos matemáticos no tienen existencia en el mundo sensible, por lo que es necesario trabajar todo el tiempo con representaciones y debemos tener en cuenta que cada sistema de representación conserva algunas características del objeto representado a la vez que pierde otras.

¿Cuál es mejor? Pues depende de las circunstancias... un mapa político o uno físico no son mejor o peor uno u otro, un planisferio o un globo terráqueo... el "2" o el "II" o simplemente la palabra "DOS", una conjunto de n-uplas o los puntos de una recta...

Si logramos representar un objeto de estudio en un sistema y luego pasar a otro y a otro, seguramente lo invariante nos va a acercar a la esencia del objeto, pero nunca debemos confundir el objeto representado con su representación.

En fin, los lenguajes son sistemas de representación. La matemática como lenguaje nos invita a navegar en un mar de signos y es fundamental para el proceso cognitivo no morir ahogados en ellos.

Gabriel Catarino
Prof de Matemática y Astronomía.
Postítulo Superior en Enseñanza Superior.